ACADÉMIE DES SCIENCES.

SEANCE DU LUNDI 29 JUILLET 1918.

PRÉSIDENCE DE M. Ed. PERRIER.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

M. le **Président** souhaite la bienvenue à M. Reginald Aldworth Daly, Professeur à l'Université Harvard, qui assiste à la séance.

THÉORIE DES NOMBRES. — *Sur les formes quadratiques ternaires indéfinies.* Note de M. G. **Humbert**.

1. *Domaine de Poincaré dans le plan.* — Ce sera, pour une forme quadratique ternaire indéfinie, $\mathfrak{f}(x, y, z)$, un domaine, dans le plan de la conique $\mathfrak{f} = 0$, intérieur à cette conique, et tel qu'un *point* quelconque, intérieur à $\mathfrak{f}$, équivale à un et à un seul point du domaine, par une des substitutions du groupe arithmétique reproductif de $\mathfrak{f}$. Pour la conique $\mathfrak{f}(x, y, 1) = 0$, le domaine de Poincaré est la section, par le plan $z = 1$, d'un angle polyèdre de sommet O, qui, *joint à son symétrique par rapport à* O, forme un domaine *spatial* de Poincaré, $\mathcal{D}$, introduit dans ma dernière Note [1].

Pour éviter toute confusion de notations, nous désignerons par ∇ le domaine de Poincaré dans le plan.

Nous appellerons *aire non euclidienne* du polygone ∇, et nous désignerons

---

[1] *Comptes rendus*, t. 167, 1918, p. 49.

également par ∇, la quantité

$$\iint_{\nabla} dx\,dy\sqrt{\frac{D}{\mathfrak{F}^3}}, \tag{1}$$

$\mathfrak{F}$ représentant ici $\mathfrak{F}(x, y, 1)$, et D étant le déterminant de $\mathfrak{F}$. On dira aussi que ∇ est l'aire de ∇ *par rapport à la conique* $\mathfrak{F} = 0$.

Cela posé, soient encore $f_1, f_2, \ldots$ des formes ternaires indéfinies, *proprement primitives*, de mêmes invariants Ω et Δ *impairs* ($\Omega < 0$, $\Delta > 0$), choisies, *une par classe*, *dans un genre donné;* soient $\mathfrak{F}_1, \mathfrak{F}_2, \ldots$ leurs réciproques, supposées proprement primitives (notations de M. Bachmann); soient enfin $\nabla_1, \nabla_2, \ldots$ des domaines de Poincaré pour $\mathfrak{F}_1, \mathfrak{F}_2, \ldots$ respectivement.

2. *Calcul de* $\nabla_1 + \nabla_2 + \ldots$. — Il suffit de reprendre les calculs de Stephen Smith qui conduisent à l'expression de la mesure d'un genre de formes *positives*.

On considère, d'une part, les entiers positifs, M, premiers à $2\Omega\Delta$, et tels que $\overline{\Omega M} \equiv 1 \pmod 4$; d'autre part, les représentations propres de $-$ M par la forme $\mathfrak{F}_i$,

$$-M = \mathfrak{F}_i(x, y, z),$$

pour lesquelles le point x, y, z appartient à ∇_i, et l'on fait successivement $i = 1, 2, \ldots$. D'après ma Note rappelée ci-dessus, le nombre *total* de ces représentations est $2^{-\nu-1}\,H(\overline{\Omega M})$, en désignant par ν le nombre des facteurs premiers distincts (positifs, impairs et > 1), de Ω, par $H(\overline{A})$ le nombre des classes quadratiques binaires, positives, de discriminant $\overline{A}$. De là résulte l'identité

$$\sum_i \sum'_{x,y,z} \frac{1}{|\mathfrak{F}_i(x, y, z)|^{\frac{3}{2}(1+\rho)}} = \sum_M \frac{1}{2^{\nu+1}} \frac{H(\overline{\Omega M})}{M^{\frac{3}{2}(1+\rho)}}. \tag{2}$$

Σ' porte sur les systèmes x, y, z entiers, tels que $\mathfrak{F}_i(x, y, z)$ soit négatif, premier à $2\Omega\Delta$, avec $\Omega\mathfrak{F}_i(x, y, z) \equiv 1 \pmod 4$; de plus, le point x, y, z doit appartenir à ∇_i; enfin ρ est un nombre positif, qu'on fait tendre vers 0, et l'on cherche les limites des deux membres de (2), multipliés par ρ, pour $\rho = 0$.

Pour le second membre, les calculs de Stephen Smith s'appliquent sans changement. Au premier membre, la modification à apporter est la sui-

vante : Smith fait apparaître le facteur $\frac{4}{3}\pi\frac{1}{\sqrt{\Delta^2\Omega}}$, volume d'un certain ellipsoïde; on devra introduire à sa place le volume V_i

$$(3) \qquad V_i = \int\int\int d\xi\, d\eta\, d\zeta,$$

dont le champ, dans l'espace à trois dimensions, sera défini comme il suit. Considérons d'abord le cône $\mathcal{F}_i(\xi, \eta, \zeta) = 0$, et un domaine spatial de Poincaré, $\mathfrak{D}_i$, intérieur à ce cône, formé de l'*ensemble* d'un angle polyèdre de sommet O et du symétrique de cet angle par rapport à O : le champ de l'intégrale triple (3) sera la région de l'espace occupée par les points ξ, η, ζ, intérieurs à $\mathfrak{D}_i$ et vérifiant l'inégalité $|\mathcal{F}_i(\xi, \eta, \zeta)| \leq 1$. On trouve facilement

$$(4) \qquad V_i = \frac{2}{3}\int\int_{\nabla_i} \frac{dX\, dY}{|\mathcal{F}_i(X, Y, 1)|^{\frac{3}{2}}},$$

l'intégrale double ayant pour champ le domaine ∇_i, dans le plan de la conique $\mathcal{F}_i(X, Y, 1) = 0$.

Or la formule finale de Smith, qui donne la mesure, $\mathfrak{M}$, d'un genre de formes ternaires positives, d'invariants impairs Ω, Δ, est celle-ci :

$$\mathfrak{M} = \frac{2+E}{24}\,\frac{\Omega\Delta}{2^{k+\nu}}\,\Pi\,\Pi'\,\Pi'',$$

où, ν ayant la même signification que ci-dessus, k est le nombre des facteurs premiers distincts (positifs, impairs, > 1) de Δ; E l'unité

$$E = \left(\frac{f}{|\Omega|}\right)\left(\frac{\mathcal{F}}{\Delta}\right)(-1)^{\frac{\Omega+1}{2}\,\frac{\Delta+1}{2}},$$

f étant l'une (quelconque d'ailleurs) des f_i, et $\mathcal{F}$ sa réciproque; enfin on a posé

$$\Pi = \Pi_r\left[1 - \frac{1}{r^2}\right],$$

$$\Pi' = \Pi_\omega\left[1 + \left(\frac{-\Delta f}{\omega}\right)\frac{1}{\omega}\right],$$

$$\Pi'' = \Pi_\delta\left[1 + \left(\frac{-\Omega\mathcal{F}}{\delta}\right)\frac{1}{\delta}\right],$$

r désignant tout facteur premier (positif, impair, > 1), commun à Ω et Δ;

ω tout facteur premier (id.) de Ω, ne divisant pas Δ; δ tout facteur premier (id.) de Δ, ne divisant pas Ω.

La même formule subsistera, pourvu qu'on remplace $\mathfrak{M}$ par

$$\frac{1}{\frac{4}{3}\pi}\sqrt{\Delta^2\overline{\Omega}}(\Sigma_i V_i);$$

or on a, en vertu de (4),

$$\frac{3}{4\pi}\sqrt{\Delta^2\overline{\Omega}}\,V_i = \frac{1}{2\pi}\int\int_{\nabla_i} dX\,dY\sqrt{\frac{\Delta^2\Omega}{\mathfrak{F}_i^3(X, Y, 1)}},$$

d'où, par l'expression (1) de *l'aire* (non euclidienne), ∇_i, du domaine ∇_i, par rapport à la conique $\mathfrak{F}_i(X, Y, 1) = 0$,

$$\frac{3}{4\pi}\sqrt{\Delta^2\overline{\Omega}}(\Sigma_i V_i) = \frac{1}{2\pi}(\nabla_1 + \nabla_2 + \ldots).$$

On a donc finalement la formule

$$(5)\qquad \sum_i \nabla_i = 2\pi\frac{2+E}{24}\frac{\overline{\Omega}\Delta}{2^{k+\nu}}\Pi\Pi'\Pi'',$$

les k, ν, E, Π, Π', Π'' ayant mêmes significations que ci-dessus; elle donne la somme des *aires* des domaines de Poincaré relatifs aux *classes d'un même genre*.

D'ailleurs, si l'on transforme ∇_i, comme l'a fait Poincaré et, après lui, M. Fricke, en le domaine fondamental d'un groupe fuchsien, et si ce dernier domaine est un polygone de n_i côtés circulaires, ayant $\Sigma\omega_i$ pour somme de ses angles *euclidiens*, on a

$$\nabla_i = (n_i - 2)\pi - \Sigma\omega_i,$$

ce qui permet la vérification de la formule (5).

Voici trois exemples, dans chacun desquels il n'y a qu'*une* classe par genre, c'est-à-dire *une* f et *une* $\mathfrak{F}$.

3. *Exemple I :*

$$f = 3x^2 - 7y^2 - 7z^2, \qquad \mathfrak{F} = -7x^2 + 3y^2 + 3z^2.$$

On a

$$\Omega = -7,\quad \Delta = 3,\quad \nu = k = 1,\quad E = +1,\quad \Pi = 1,\quad \Pi' = 1 - \frac{1}{7},\quad \Pi'' = 1 - \frac{1}{3};$$

d'où, par (5),

$$\nabla = 2\pi \frac{3}{24}\frac{21}{4}\frac{6}{7}\frac{2}{3} = \frac{3\pi}{4}.$$

D'autre part, on trouve, pour domaine *fuchsien* de $\mathfrak{F}$, un polygone de $n = 5$ côtés circulaires, et d'angles $\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{4}$; donc, aussi,

$$\nabla = (n-2)\pi - \Sigma\omega = 3\pi - 2\pi - \frac{\pi}{4} = \frac{3\pi}{4},$$

d'où la vérification de (5).

Exemple II :

$$f = 5x^2 - 3y^2 - 15z^2, \qquad \mathfrak{F} = -3x^2 + 5y^2 + z^2.$$

On a

$$\Omega = -15, \quad \Delta = 1, \quad \nu = 2, \quad k = 0, \quad E = -1, \quad \Pi = \Pi'' = 1, \quad \Pi' = \left(1 + \frac{1}{3}\right)\left(1 - \frac{1}{5}\right).$$

Donc, en vertu de (5),

$$\nabla = 2\pi \frac{1}{24}\frac{15}{4}\frac{4}{3}\frac{4}{5} = \frac{\pi}{3}.$$

Or, M. Fricke donne, pour $\mathfrak{F}$, un domaine fuchsien où $n = 4$, avec les angles $\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{6}$; d'où

$$\nabla = (n-2)\pi - \Sigma\omega = 2\pi - \frac{3\pi}{2} - \frac{\pi}{6} = \frac{\pi}{3},$$

et (5) est bien vérifiée.

Exemple III :

$$f = x^2 - 3y^2 - 9z^2; \qquad \mathfrak{F} = -9x^2 + 3y^2 + z^2.$$

On a

$$\Omega = -3, \quad \Delta = 3, \quad \nu = k = 1, \quad E = +1, \quad \Pi' = \Pi'' = 1, \quad \Pi = 1 - \frac{1}{9};$$

d'où

$$\nabla = 2\pi \frac{3}{24}\frac{9}{4}\frac{8}{9} = \frac{\pi}{2}.$$

On obtient, pour le domaine fuchsien de $\mathfrak{F}$, un polygone à quatre côtés, d'angles $\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}, 0$; donc

$$\nabla = (n-2)\pi - \Sigma\omega = 2\pi - \frac{3\pi}{2} = \frac{\pi}{2},$$

et la vérification a encore lieu.

Remarque I. — Nous avons donné la formule (5), dans un cas particulier, au Tome 166, 1918, p. 929 des *Comptes rendus*, mais en *doublant* le second membre, parce que nous désignions alors par $\mathfrak{D}$ la section, par le plan $z=1$, d'un domaine *spatial* de Poincaré formé d'un angle polyèdre *limité à son sommet*, ce $\mathfrak{D}$ est donc l'ensemble de deux domaines de Poincaré *plans*, et son *aire* est dès lors *deux fois* celle de ∇ [1].

Remarque II. — Si Ω est impair et Δ impairement pair, il faut, en vertu d'un résultat de Smith, *remplacer* au second membre de (5) le facteur $\frac{2+E}{24}$ par $\frac{1}{16}$.

Par exemple, soit

$$f = 3x^2 - y^2 - 2z^2, \qquad \mathcal{F} = -2x^2 + 6y^2 + 3z^2,$$

on a

$$\Omega = -1, \quad \Delta = 6, \quad \nu = 0, \quad k = 1, \quad \Pi = \Pi' = 1, \quad \Pi'' = \left[1 + \left(\frac{\mathcal{F}}{3}\right)\right] = 1 + \frac{1}{3};$$

d'où, en vertu de (5) *modifiée*, et parce qu'il n'y a qu'une classe dans le genre,

$$\nabla = 2\pi \frac{1}{16} \frac{6}{2}\left(1 + \frac{1}{3}\right) = \frac{\pi}{2}.$$

Or, on trouve, pour $\mathcal{F}$, un domaine fuchsien de $n = 4$ côtés, d'angles $\frac{\pi}{2}$, $\frac{\pi}{2}$, $\frac{\pi}{2}$, 0, en sorte que l'on a bien

$$\nabla = (n-2)\pi - \Sigma\omega = 2\pi - \frac{3\pi}{2} = \frac{\pi}{2}.$$

MÉCANIQUE DES SEMI-FLUIDES. — *Formule fondamentale de Tresca pour le poinçonnage d'un bloc cylindrique de plomb.* Note [2] de M. J. BOUSSINESQ.

I. Essayons d'appliquer les équations générales d'écoulement lent d'un corps plastique, formulées dans ma dernière Note (*Comptes rendus*, t. 166,

---

[1] Signalons ces *errata* dans notre dernière Note (*Comptes rendus*, t. 167, 1918, p. 49) : à la ligne 12 de la page 51, *au lieu de* 9, 8ε, 4; 9, 4ε, 8; *lire* 9, 8ε, 1; 9, ε, 8; aux lignes 3 et 4 de la page 53, *mettre le facteur* 3 *devant* $(2)^2$ et $(12)^2$.

[2] Séance du 22 juillet 1918.

24 juin 1918, p. 1016), à la première catégorie des observations de Tresca sur le poinçonnage du plomb.

Le bloc qu'il y poinçonnait, à surface tant supérieure que latérale, libre de toute pression (sauf le fragment de la première partie occupé par la base du poinçon), consistait en un cylindre circulaire plein, de rayon donné R_1, posé sur un large plateau horizontal, rigide et poli. Celui-ci était souvent percé, sur toute son épaisseur, d'un orifice circulaire à bord vertical, dont l'axe coïncidait avec le prolongement inférieur de l'axe du bloc, que nous prendrons pour axe des z. Enfin, le poinçon, placé au-dessus, rigide et poli comme le plateau, était constitué par un autre cylindre circulaire, de même axe que le bloc et d'un rayon donné, R_0, à peu près égal à celui de l'orifice.

La hauteur ou épaisseur H du bloc à poinçonner se trouvait suffisante pour que, tout au moins dans une première et assez longue phase du poinçonnage, la région supérieure du bloc, dans sa partie en contact avec le poinçon et devenue semi-fluide sous une épaisseur notable, se déformât comme si le plateau, relativement éloigné de toute cette région, était continu ou sans orifice, les couches horizontales de cette région supérieure s'aplatissant, *dans leur partie placée directement sous le poinçon*, et s'y dilatant uniformément en longueur et largeur, sans cesser d'être horizontales, ou les fibres verticales s'y contractant en hauteur, mais grossissant de même dans les deux sens latéraux, sans cesser d'être verticales; et cela, dans tout ou presque tout l'espace entouré par le prolongement inférieur de la surface latérale cylindrique du poinçon à travers ces couches semi-fluides.

Quant aux parties des mêmes couches horizontales primitives du fluide, situées *actuellement* (durant l'opération) hors de ce prolongement inférieur de la surface latérale du poinçon, ou dont les distances r à l'axe des z excèdent R_0, nous imaginerons leur matière fictivement décomposée, à chaque époque t et pour un instant infiniment petit dt, en nouvelles couches horizontales, d'épaisseur actuelle dz, qui seront, d'instant en instant, remaniées de manière à ce qu'on puisse considérer sans cesse, dans un plan méridien quelconque où ils se meuvent, les points matériels venant y occuper successivement chaque point (r, z) de l'espace. Comme ces couches ne subissent sur leur face supérieure aucune traction ou pression sensible N_z, il ne doit y avoir chez elles aucune tendance, du moins notable, à s'aplatir. Mais, sous la pression *proprement dite*, $-N_r$, des parties centrales, latéralement dilatées, qui les compriment suivant les rayons r issus de l'axe, leurs

anneaux élémentaires conaxiques, de rayon intérieur r, de largeur horizontale dr et de hauteur dz, s'éloignent de l'axe et, agrandissant d'autant leur rayon, s'allongent et se tendent en provoquant sur leurs sections méridiennes $dr\,dz$ une traction normale, que nous appellerons N_ω par unité d'aire, de signe généralement contraire à la pression *proprement dite*, $-N_r$, s'exerçant (aussi par unité d'aire) sur la face verticale interne ou concave $2\pi r\,dz$ de chaque anneau.

II. Le difficile était d'établir la transition entre le *cylindre central* ou *axial*, censé uniformément soumis à l'écrasement, et la partie *annulaire* du bloc, dilatée sans doute par la partie centrale, comme on le suppose, mais ayant aussi chacune de ses couches horizontales entraînée vers le bas par leurs parties centrales qui s'abaissent, et soumise, par conséquent, sur sa tranche ou face concave $2\pi R_0\,dz$, à une action verticale tangentielle, négligée ici. Pour éluder la difficulté, Tresca imagine (implicitement) *le bloc déjà divisé* en deux parties, *axiale* et *annulaire*, qu'il conçoit susceptibles de glisser, l'une sur l'autre, *sans frottement mutuel dans le sens vertical*, et se transmettant seulement pression et vitesse *normales* actuelles, à travers leur surface cylindrique commune $2\pi R_0 H$. D'ailleurs la matière du cylindre central sortant à chaque instant, à travers le prolongement inférieur de la surface latérale du poinçon, est censée *aussitôt incorporée* à la partie annulaire, de manière à assurer la fixité, en projection horizontale, de la *frontière séparative* des deux blocs partiels.

La difficulté paraissant insoluble, à raison des impossibles calculs qu'amènerait sans doute la mise en compte des vraies actions tangentielles exercées à travers cette frontière, acceptons *l'hypothèse simplificatrice d'une pareille division* en deux blocs partiels *sans frottements l'un sur l'autre*, malgré l'altération profonde qu'elle apporte au problème.

III. Dès lors, sous le poinçon, ou pour $r < R_0$, la pression d'écrasement P_z du poinçon provoquera, sur tous les éléments plans verticaux de chaque couche horizontale semi-fluide, une pression uniforme P_0 horizontale aussi, et évidemment inférieure à P_z de la *constante de fluidité* $2K$. Or cette pression P_0, ainsi transmise à la face concave verticale $2\pi R_0\,dz$ des couches horizontales extérieures, va comprimer horizontalement, pour $r > R_0$, les anneaux élémentaires successifs, à rayons r de plus en plus grands, de ces mêmes couches. Pour un tronçon d'anneau, de longueur interne $r\,d\omega$, compris entre deux plans méridiens voisins à azimuts respec-

tifs ω, $\omega + d\omega$, et ayant comme section normale, suivant son plan de symétrie vertical mené par l'axe des z, un rectangle $dr\,dz$, les trois pressions (ou plutôt *tensions*) *principales* seront sensiblement, en un point (r, z) de cette section normale, N_r suivant dr, N_z suivant dz, enfin N_ω suivant la normale au plan de symétrie, avec N_r négatif, N_ω généralement positif et N_z à peu près nul. La différence $2K$ des deux forces principales extrêmes sera donc, ici, $N_\omega - N_r$.

Cela posé, le même tronçon ou élément de volume, $r\,d\omega\,dr\,dz$, est soumis ainsi presque uniquement, sur ses faces, à quatre forces normales, s'exerçant, deux, dans son plan de symétrie et suivant dr, savoir, $-N_r r\,d\omega\,dz$ sur sa face interne ou concave, $\left(rN_r + \frac{d.rN_r}{dr}dr\right)d\omega\,dz$ sur sa face externe ou convexe; mais, les deux autres, $N_\omega\,dr\,dz$, suivant deux normales extérieures aux deux faces planes $dr\,dz$, qui font un angle moitié de $d\omega$ de part et d'autre du plan méridien de symétrie. La résultante de ces deux dernières, dirigée aussi suivant dr dans le plan de symétrie, vaut évidemment $-N_\omega\,dr\,dz\,d\omega$.

L'équation d'équilibre de l'élément de volume sera donc

$$(1) \qquad \frac{d.rN_r}{dr} - N_\omega = 0 \qquad \text{ou} \qquad \frac{dN_r}{dr} = \frac{N_\omega - N_r}{r} = \frac{2K}{r}.$$

IV. Multiplions par dr et intégrons à partir de la limite inférieure $r = R_0$, où $N_r = -P_0 = -P_z + 2K$. Il vient

$$(2) \qquad N_r = -P_0 + 2K\log\frac{r}{R_0} = -P_z + 2K\left(1 + \log\frac{r}{R_0}\right).$$

La poussée déformatrice P_z exercée par le poinçon augmentera, naturellement, jusqu'à ce que l'état semi-fluide ait atteint le bord $r = R_1$, où la pression $(-N_r)$ s'annule sur la surface latérale. Supposons que l'observation ait lieu à ce moment, où la poussée déformatrice *devient constante*. Alors la formule (2) s'applique même pour $r = R_1$, et le troisième membre de (2) s'y annule. On aura ainsi la pression P_z (par unité d'aire) de la base du poinçon, qui est capable d'opérer le poinçonnage du bloc. Et la *charge* totale, ou force $F = \pi R_0^2 P_z$, qu'il faudra imposer pour cela au poinçon, sera, par suite,

$$(3) \qquad \text{(surface latérale libre)} \qquad F = 2K\pi R_0^2\left(1 + \log\frac{R_1}{R_0}\right).$$

Telle est la première formule donnée par Tresca, comme résumant toute une catégorie de ses expériences, et à laquelle il est parvenu au moyen d'évaluations de travaux assez obscures ou difficilement intelligibles. Ses deux dernières séries d'observations, faites avec un soin particulier, lui ont donné, pour le plomb, dans (3), des valeurs de K comprises entre 190^{kg} et 211^{kg} par centimètre carré, soit 200^{kg} en moyenne, avec écarts possibles d'un vingtième environ en plus ou en moins [1].

V. Occupons-nous maintenant des déformations, que nous supposerons très petites, subies par les mêmes anneaux, en nous bornant au cas simple d'un plateau continu, infiniment poli, $z = 0$, et d'un bloc d'assez faible hauteur H pour devenir, presque dès le début, semi-fluide dans sa totalité.

Pour chaque point matériel (r, z) des anneaux considérés, où r, z seront *ici* les *coordonnées primitives* (distances initiales, r, à l'axe, et z, au plateau), variables indépendantes caractérisant ou définissant, à toute époque, ce point mobile, nous appellerons, d'une part, δ, le petit *déplacement horizontal* (accroissement de la distance à l'axe), d'autre part, δ', le petit *déplacement vertical* (accroissement de l'ordonnée z), déplacements se produisant tous les deux dans le plan méridien primitif.

Les trois petites dilatations éprouvées par la matière d'un anneau quelconque, suivant la verticale dz, suivant le prolongement dr du rayon r et suivant un élément $r\,d\omega$ de la longueur d'un anneau, seront respectivement $\frac{d\delta'}{dz}$, $\frac{d\delta}{dr}$ et $\frac{\delta}{r}$, cette dernière s'obtenant par la comparaison de la longueur actuelle $2\pi(r+\delta)$ de l'anneau à sa longueur primitive $2\pi r$.

Le fait de la conservation du volume annulera leur somme, ce qui donnera, pour relier δ' à δ, l'équation indéfinie

$$(4) \qquad \frac{d.r\delta}{dr} = -\frac{d\delta'}{dz}r.$$

Il y aura aussi l'ensemble des proportions (11) de ma dernière Note. Celui-ci, formé pour le point (r, z) dans le système d'axes que définissent les trois éléments rectilignes $r\,d\omega$, dr, dz, et en observant que les déformations, étant très petites, sont proportionnelles aux vitesses avec lesquelles

[1] Voir le Tableau de la page 191 de son *Mémoire sur le poinçonnage des métaux* au Tome 20 (1872) du *Recueil des Savants étrangers à l'Académie des Sciences de Paris*.

elles s'effectuent, donneront les deux relations distinctes

$$(5)\qquad \frac{\dfrac{d\delta}{dr}-\dfrac{d\delta'}{dz}}{N_r-N_z}=\frac{\dfrac{d\delta'}{dz}-\dfrac{\delta}{r}}{N_z-N_\omega}=\frac{\dfrac{d\delta}{dz}+\dfrac{d\delta'}{dr}}{0},$$

où le dénominateur zéro du dernier rapport tient à l'hypothèse $T_x = 0$ qu'on a faite, c'est-à-dire à la qualité de *pression principale* attribuée ici à N_r et, par suite, à N_z.

Enfin, l'uniformité d'écrasement du cylindre central lui assure, pour un abaissement *donné* α de sa couche supérieure, une dilatation linéaire de son rayon R_0 moitié de sa contraction verticale, qui est le rapport de α à H; et, par suite, elle entraîne, sur la face concave $2\pi R_0 H$ du premier anneau, un déplacement horizontal δ ou δ_0 valant le quotient de αR_0 par $2H$. Donc, aux *trois* équations indéfinies (4) et (5) s'adjoindront les deux conditions définies, dont la seconde est évidente,

$$(6)\qquad (\text{pour } r=R_0)\quad \delta=\delta_0=\frac{\alpha R_0}{2H},\qquad (\text{pour } z=0)\quad \delta'=0.$$

VI. L'hypothèse de N_r et N_z partout pressions principales, en dehors de laquelle la question apparaît comme absolument inabordable, et qui nous a déjà fait admettre la division spontanée du bloc en un *cylindre central* de rayon R_0 et un bloc annulaire, *sans frottement l'un contre l'autre*, a donc aussi l'inconvénient de donner pour le bloc annulaire les *trois* équations indéfinies distinctes (4) et (5) entre *deux* inconnues seulement δ, δ' : ce qui va nous obliger à sacrifier quelque chose des données du problème et à introduire ainsi de nouvelles hypothèses, *pour rendre compatibles ces équations*. En vue de ne rien compliquer, renonçons à sauvegarder la liberté *complète* de la surface supérieure, en nous permettant d'introduire des pressions verticales N_z, les mêmes sur toutes les couches, c'est-à-dire indépendantes de z, afin qu'elles se fassent exactement équilibre sur les deux bases de tout anneau élémentaire et n'ajoutent rien aux deux équations indéfinies (1) existant entre les pressions. Toutefois, gardons l'*essentiel* de cette liberté de la surface supérieure, en nous imposant l'*annulation moyenne* de N_z sur toute la surface $\pi(R_1^2-R_0^2)$; de sorte que le rôle restant à N_z soit seulement de conserver *une forme plane* aux couches primitivement horizontales, ou *de rendre les δ' indépendants de r, comme les δ le sont déjà de z*. Dans ces conditions, le numérateur du troisième rap-

port (5) s'annule et δ, δ', N_z se déterminent sans difficulté. En appelant, pour abréger, ν le nombre positif donné $\frac{R_1^4}{R_0^4} - 1$, il vient :

$$
(7) \quad \begin{cases}
\delta = \dfrac{\alpha R_0}{2H}\left[\dfrac{3\nu}{3\nu + \log(1+\nu)}\dfrac{R_0}{r} + \dfrac{\log(1+\nu)}{3\nu + \log(1+\nu)}\dfrac{r}{R_0}\right], \\
\delta' = \dfrac{-\log(1+\nu)}{3\nu + \log(1+\nu)}\dfrac{\alpha z}{H}, \\
N_z = K\left[1 + \log\dfrac{r^2}{R_0^2\sqrt{1+\nu}} - \dfrac{r^2}{R_0^2}\dfrac{\log(1+\nu)}{\nu}\right].
\end{cases}
$$

Je renverrai, pour les conséquences résultant de ces formules, au numéro de mars 1918 (actuellement sur le point de paraître) des *Annales scientifiques de l'École Normale supérieure.*

ASTRONOMIE. — *Delisle à l'hôtel de Taranne. — Lalande, Bailly et Coulvier-Gravier au Luxembourg.* Note [1] de M. G. **Bigourdan.**

Delisle à l'hôtel de Taranne. — Obligé d'abandonner l'observatoire du Luxembourg comme nous l'avons vu, J.-N. Delisle écrivait à l'abbé Bignon, président de l'Académie des Sciences, en octobre 1716 :

... Lorsques vous appristes que j'avais perdu le petit observatoire que j'avais au Luxembourg, vous eûtes la bonté de me promettre votre protection, pour m'en faire donner quelque autre, si j'en pouvois trouver qui fut propre aux observations célestes. Depuis ce tems là, quelque recherche que j'aye faite dans Paris, je n'ay pu trouver de convenable qu'une maison neuve bâtie de pierre de taille et située quay de l'École [2] qui, par sa solidité et son exposition au midy, la hauteur de ses fenêtres et la largeur de la rivière en cet endroit, est tout à fait propre aux observations astronomiques. Dans cette maison le second, le troisième et le quatrième appartement sont à louer pour Pasques. Le second seroit le plus convenable; cependant à son défaut le troisième pourroit encore servir, quoique aiant les fenêtres plus basses que le second. Chacun de ces appartemens n'a qu'une grande chambre qui seroit celle des observations et un cabinet derrière où je pourrois coucher et mettre mes papiers... Comme la maison dont je vous parle, Monsieur, dépend des Messieurs vos chanoines, vous pourriez, Monsieur, par un mot favorable m'en procurer la jouissance...

---

[1] Séance du 22 juillet 1918.

[2] Aujourd'hui forme une partie du quai du Louvre, entre le Pont-Neuf et le Palais du Louvre.

Ce projet n'eut pas de suite, mais Delisle obtint alors 300# sur les fonds de l'Académie, pour payer le loyer d'un appartement qui pût servir d'observatoire, et il s'installa dans celui que Louville venait de quitter à l'hôtel de Taranne.

Les observations qu'il y fit (C.2, 12), en grande partie inédites je crois, s'étendent du 12 décembre 1716 au 8 mai 1720.

Instruments. — Ce sont ceux dont nous l'avons vu muni au Luxembourg : *pendule* à seconde, *montre* qui sert au transport de l'heure, *machine parallactique*, diverses *lunettes* de 3 à 20 pieds de foyer, avec cric, puis support spécial pour les soutenir; *micromètre* filaire de Butterfield prêté par Louville, un autre de Le Fèvre et, en plus, un *quart de cercle* de cuivre de Chapotot de 2 pieds de rayon, fortement remanié, que prête J. Cassini, mais qui ne le satisfait pas; ce n'est que plus tard, en 1719, qu'il peut songer à la construction d'un meilleur.

Il détermine assez rarement la correction absolue de sa pendule, en employant, comme ses contemporains, l'exacte mais laborieuse méthode des hauteurs correspondantes du Soleil; mais il vérifie attentivement sa marche par des moyens variés : méridienne filaire, disparitions périodiques d'étoiles derrière les clochers de Saint-Germain-des-Prés, lunette fixe dirigée à Sirius.

Observations. — Outre les observations accidentelles (Ecl. ⊙, ☾; — occultations; — conjonctions) (¹), Delisle suit attentivement les taches du Soleil et détermine exactement leurs positions. Ces observations, qui pourraient encore être utilisées, sont particulièrement suivies en 1717, un peu moins en 1718 et cessent ensuite presque complètement, pour des raisons qu'il est facile de trouver : un séjour de 2 mois (juin-juillet 1718) à l'Observatoire royal pour observer en correspondance avec Cassini et ses aides qui, en Flandre, achèvent la mesure de la méridienne, — maladie sérieuse de mai à août 1719; — un retour à des expériences physiques vers lesquelles il est très porté; — courtes absences pour des essais géodésiques ou pour observer une éclipse à Montmartre (comme celle de Lune du 20 septembre 1717), ce qui exige démontage et réinstallation de la pendule, etc.;

(¹) Voici celles de ces observations qui sont publiées dans *Mém. Acad.* : *Ecl.* ☾, 1717 septembre 20 (299); — *Occult.* Aldébaran, 1718 février 23 (55); 1719, avril 22 et octobre 30 (318-319).

enfin nécessité de donner des leçons pour vivre et de faire des calculs astrologiques irrégulièrement payés. Peu à peu cependant l'avenir s'éclaircit, car en 1718 il obtient au Collége de France la chaire laissée vacante par la mort de La Hire le père.

Au commencement de cette année 1718, il soupçonne que le diamètre apparent du Soleil diminue à mesure que l'ouverture de la lunette augmente ; mais il n'arrive à établir ce fait, aujourd'hui banal, qu'avec beaucoup de difficultés, à cause des variations de foyer des lunettes. Et à cette occasion il a l'idée de remplacer l'oculaire unique, employé pour la mesure micrométrique des diamètres, par deux oculaires visant le même plan focal et séparés par une distance égale au diamètre à mesurer.

Homberg avait essayé sans succès de mesurer la déviation d'un rayon lumineux passant obliquement du vide dans l'air (*Mém. Acad.*, 1700, H. 112). Durant son séjour à l'Observatoire, Delisle retrouve le prisme employé par Homberg, le perfectionne et, en vue des applications à la réfraction astronomique, répète la mesure avec succès, à l'hôtel de Taranne, en 1718 et 1719 (*Mém. Acad.*, 1719, H. 71 et M. 330-335).

A la fin de 1720, Delisle, devenu associé astronome depuis le 6 décembre 1719, vint occuper quelque temps, à l'Observatoire royal, le logement que J.-Ph. Maraldi laissait libre en prenant celui de La Hire le fils, mort le 4 juin 1719. Ainsi prit fin l'utilisation de l'observatoire de l'hôtel de Taranne : malgré une existence fort courte, 10 ans, il a laissé un sillon lumineux dans l'histoire de l'Astronomie, en raison des idées fécondes qu'y firent germer et croître les talents du chevalier de Louville, et aussi ceux de J.-N. Delisle.

Lalande au Luxembourg. — Dans un de ses registres (C.5, 2) Lalande [1] écrit :

> Le 6 décembre 1754 j'ai eu les clefs de l'Observatoire du Luxembourg, qui a été mon premier observatoire particulier, sans parler de celui de M. de l'Isle à l'hotel de Clugny où je travaillais depuis 1749, 20 janvier.

Alors il transporta ses intruments sous le même dôme où Delisle avait

---

[1] *Jérôme Le Français de* La Lalande (Bourg, 1732 juillet 11 — † Paris, 1807 avril 4) fut admis à l'Académie des Sciences comme adjoint astronome le 7 février 1753; il devint associé le 20 décembre 1758 et pensionnaire le 4 mars 1772.

antérieurement placé les siens, et c'est là qu'il observa pendant 10 ans [1]. Toutefois, quand il fallait un horizon entièrement dégagé vers le Sud, il les transportait sur l'autre façade, celle du Sud; c'est ce qu'il fit en 1759, pour observer le retour alors attendu de la comète de 1682, et il les plaça dans l'appartement du chevalier Lorenzi.

Instruments. — Les instruments employés par Lalande au Luxembourg sont les suivants : une *lunette méridienne*, qui fut d'abord celle décrite par Le Monnier (*H. C.*, lxxv et *Mém. Acad.*, 1757, 173), puis une autre « beaucoup plus grande » qu'il fit construire au commencement de 1758 ; — une *pendule*, remplacée en 1760 par une autre de Le Paute, à lentille très lourde pour maîtriser les inégalités du rouage, mais dont le balancier n'était pas compensé ; — diverses *lunettes* de 3 et de 9 pieds ; — une *machine parallactique* et un *héliomètre* de 18 pieds, qui fut, dit-il, « le premier instrument que M. Le Monnier demanda pour moi à l'Académie peu de temps après ma réception en 1753 ». Mais il manquait encore d'un quart de cercle.

Observations. — Les manuscrits de Lalande, pour les observations de cette époque, paraissent perdus, et nous ne connaissons que ce qu'il a donné dans *Mém. Acad.* [2]. Lalande était alors dirigé surtout par Le Monnier, qui l'avait fait envoyer à Berlin en 1751 pour les observations de parallaxe de la Lune ; aussi continue-t-il naturellement à s'occuper de cet astre, à la lunette méridienne comme à l'héliomètre : avec la lunette méridienne, qui était mobile autour d'un axe vertical et très laborieuse à utiliser, il détermine les ascensions droites de la Lune par comparaison avec quelques belles étoiles (*Mém. Acad.*, 1757, 176). Quant à l'héliomètre, qui alors exigeait aussi des soins très minutieux [3], il l'employa pour la mesure des diamètres du Soleil et de la Lune (*Mém. Acad.*, 1760, 47, et 1788, 90).

---

(1) En 1760 le marquis de Chabert observa aussi au Luxembourg, mais peut-être en un autre point du palais, l'éclipse de Soleil du 13 janvier (*Mém. Acad.*, 1760, p. 154).

(2) *Pass.* ☿, 1753 mai 6, Meudon (1754; 589). — *Ecl.* ☾, 1755 mars 27 (479), — *Occult.* ρ Verseau, 1755 novembre 21 (480); — *Conj.* ♃ — ★, 1758 juin, — *Opp.* ♂ 1760 (109), — *Ecl.* ☉ 1760 juin 13 (304), — *Pass.* ♀ 1761 juin 6 (81), — *Comète* 1762 (563), — *Occult.* ★ par ☄, 1764 janvier 12, — *Taches* ☾ pour la libration, 1764 (555).

(3) Les changements de foyer des objectifs, etc., exigeaient une détermination fréquente du tour de la vis micrométrique, détermination que l'on faisait avec une *mire*

Bailly au Luxembourg. — Après la mort de La Caille, survenue le 21 mars 1762, ses instruments firent retour à l'Académie, qui les avait fait construire, et son observatoire à l'abbé Marie, son successeur dans la chaire du collége Mazarin. Mais l'abbé Marie paraît avoir laissé l'observatoire à la disposition de Lalande, qui s'y installa en 1764.

Sans doute La Condamine reprenait ainsi ses droits sur l'observatoire du Luxembourg, car dans une lettre sans date, mais évidemment de cette époque, Bailly [1], le futur maire de Paris, lui écrivait pour le lui demander. Il croit savoir, dit-il, que l'observatoire du Luxembourg lui a été accordé, et qu'il l'a cédé à Lalande, occupant actuel. Il le sollicite pour lui, car il lui serait d'autant plus commode que Bailly père est logé dans le palais.

« Vous me mettrez, dit-il, dans le cas de faire beaucoup d'observations qu'il m'est impossible de faire aux galeries du Louvre où je suis logé. J'hésite à vous le demander depuis quelques jours, n'ayant d'autre titre pour l'obtenir que mon goût pour la science que vous aimez. »

Cette lettre dut être communiquée à Lalande, car il avait ajouté ce sommaire de réponse : Comme l'Académie n'a pas encore nommé à la place vacante, on ne peut donner l'observatoire du Luxembourg, celui qui en use actuellement n'ayant pas encore celui du collége Mazarin.

Même un peu plus tard Lalande sollicita l'autorisation d'installer au dehors du dôme, sur la galerie extérieure (évidemment celle qui longe la rue de Vaugirard, plus basse d'un étage que l'observatoire), « une cage ou châssis de menuiserie de huit pieds et demi de haut sur dix pieds de long pour pouvoir observer les astres élevés avec ses grands instruments qui ne peuvent sortir par les fenêtres » ; mais, sur la proposition de Soufflot archi-

---

placée à l'extrémité d'une *base* de longueur connue. Lalande choisit d'abord sa base, de 804^T, sur la rive droite de la Seine, entre les Tuileries et le bas de Chaillot ; mais alors les vérifications ne pouvaient être assez fréquentes, et, en outre, le transport au retour pouvait faire varier « une aussi grande machine ». Au Luxembourg, Lalande eut une base tout à fait à sa portée, le long de la rue de Tournon, de sorte qu'il n'avait plus à déplacer l'instrument. Sa mire, posée contre la maison faisant alors face à l'autre extrémité de la rue (c'est-à-dire à la hauteur de celle des Quatre-Vents), était de 152^T 4 pieds 8 pouces : cette distance fut mesurée avec les perches employées, le 31 août 1756, pour la base de Villejuif à Juvisy.

[1] *Jean-Sylvain* BAILLY (Paris, 1736 septembre 15 — † Paris, 1793 novembre 11) admis à l'Académie des Sciences comme adjoint astronome le 29 janvier 1763, devint associé le 14 juillet 1770.

tecte du palais (1), et en raison du « mauvais effet » que cela produirait de l'extérieur, de Marigny, intendant des bâtiments, refusa.

Quant à Bailly, il dut au moins tenter de s'établir dans une autre partie du palais, car auparavant, le 26 mai 1763, il sollicitait le percement d'une fenêtre pour faire passer ses instruments, ce qui fut refusé aussi. Nous ne connaissons pas d'observation faite là par Bailly, de sorte que l'on peut placer à 1764 la fin de l'observatoire astronomique du Luxembourg.

Coulvier-Gravier au Luxembourg (2). — Longtemps négligées, les étoiles filantes attirèrent l'attention de divers côtés dans le courant du XIXe siècle, et un de leurs observateurs les plus assidus fut *Coulvier-Gravier*, qui montra de bonne heure de véritables dispositions; mais il ne commença de tenir journal qu'en 1840, époque où il s'adjoint l'aide Chartriaux. Venu à Paris en 1843, il se fixa rue de l'Est, aujourd'hui boulevard Saint-Michel, où il eut pour tout observatoire le toit convexe de sa maison (n° 31, devenu plus tard n° 33).

Il croyait avoir trouvé, dans l'observation des étoiles filantes (3), un moyen de prévoir le temps; mais cette idée a été ruinée par l'établissement, aujourd'hui définitif, de la théorie cosmique des étoiles filantes. Les observations de Coulvier-Gravier n'en ont pas moins été fort utiles pour l'établissement même de cette dernière théorie. En 1847 il obtint une allocation du Ministère de la Marine, puis en 1848 un logement au Luxembourg, avec la possibilité d'y continuer ses observations, non dans l'ancien observatoire, où l'horizon Sud n'est pas parfaitement dégagé, mais au-dessus d'un des pavillons de l'Ouest (4), celui qui était sur la face Sud avant l'agrandissement

(1) *J. Mondain-Monval.* SOUFFLOT. *Sa vie. — Son œuvre. — Son esthétique* (1713-1780). Paris, in-8°, 1918, p. 275.

(2) COULVIER-GRAVIER (Reims, 1803 février — † Paris, 1868 février 12). Voir *G. Bresson.* M. COULVIER-GRAVIER. *Sa vie et ses travaux.* Valence, 1848, 4 pages in-4°.

(3) Voir ses deux ouvrages : RECHERCHES SUR LES ÉTOILES FILANTES. *Introduction historique.* Paris, 1847, in-4° (avec Saigey).

RECHERCHES SUR LES MÉTÉORES *et sur les lois qui les régissent.* Paris, 1859, in-8°.

(4) Par rapport à l'Observatoire du dôme boréal, ce point se trouve $95^m,5$ au Sud et $38^m,1$ à l'Ouest. Les coordonnées de ce pavillon sont donc $21^m,2$ E — $1325^m,5$ N (en adoptant pour le dôme de la porte Nord $59^m,3$ E — $1421^m,0$ N que donne le plan actuel de Paris à 2^{mm} par mètre), de sorte que pour l'observatoire de Coulvier-Gravier on a :

$$\Delta\mathcal{L} = 0'\,1'',04 = 0^s,069\,\text{E}; \qquad \Delta\varphi = +\,0'\,42'',92; \qquad \varphi = 48°50'53'',92.$$

du palais et qui est aujourd'hui celui du centre : il est reconnaissable aujourd'hui à la balustrade qui entoure la petite terrasse utilisée comme observatoire.

Coulvier-Gravier se crut souvent menacé de perdre cette installation, à laquelle il avait donné finalement le nom assez pompeux d'*Observatoire météoronomique du Luxembourg*, mais il en jouit jusqu'à la fin de sa vie. Même un arrêté ministériel du 27 mars 1868 désigna Chapelas, son gendre et collaborateur, pour lui succéder. Celui-ci continua les observations, toujours dans l'espoir de servir la Météorologie, et communiqua périodiquement ses résultats à l'Académie des Sciences; mais en 1881 on perd ses dernières traces.

HYGIÈNE ALIMENTAIRE. — *Sur l'emploi de l'eau de chaux dans la préparation du pain de munition.* Note (¹) de M. **Balland.**

Par ordre du Ministre de la Guerre, des expériences ont été faites en 1917, dans plusieurs établissements militaires, afin de s'assurer si le pain de munition préparé sur levains, avec des farines blutées à 85 pour 100, était réellement amélioré par l'emploi de l'eau de chaux. Le procédé ne devait pas être appliqué directement sur la farine à 85, mais seulement lorsqu'on disposait de farines en produits séparés, c'est-à-dire de farine blanche, de recoupettes et de fins sons. Les recoupettes et les fins sons à ajouter à la farine blanche pour parfaire le taux de 85 étaient traités à part et dilués avec de l'eau de chaux en quantité suffisante pour obtenir une couleur jaune bien prononcée. Le sel était mêlé à la pétrissée et la bouillie ainsi préparée était incorporée tout au début du pétrissage qui était fait à l'eau ordinaire.

On a observé ce qui suit au cours des opérations.

1. A la boulangerie du laboratoire des Invalides, où l'on a employé de la chaux pure, l'eau de chaux saturée à froid a présenté une composition très variable suivant la durée du contact et le soin apporté à la décantation. L'écart a été de $0^g,67$ à $3^g,11$ de chaux par litre d'eau simplement décantée, telle qu'elle a été employée, alors qu'il était de $0^g,58$ à $1^g,10$ dans la même eau après filtration.

(¹) Séance du 16 juillet 1918.

	Chaux par litre.	
	Eau décantée.	Eau filtrée.
9 octobre	0,67	Non dosée
10 »	1,33	0,58
11 »	1,88	0,97
12 »	1,43	0,68
17 »	3,11	1,10
18 »	0,92	0,80
18 »	1,20	0,88
18 »	1,45	0,88
19 »	0,98	0,84

2. La quantité d'eau de chaux à ajouter aux sons et recoupettes pour obtenir le virage au jaune prononcé est très variable. Elle est en rapport avec les matières colorantes des diverses variétés de blé et aussi avec l'acidité des sons et recoupettes, qui, suivant leur ancienneté, a été de $0^{g},083$ à $0^{g},425$ pour 100.

3. L'eau de chaux nécessaire au virage ne fait pas entièrement disparaître l'acidité des sons et recoupettes. Il en résulte que la fermentation panaire qui ne se développe qu'en milieu acide n'est pas détruite. L'acidité des pâtes, depuis la mise en panetons jusqu'au moment de l'enfournement, va toujours en augmentant.

Une pâte préparée à l'eau ordinaire avec de la farine ayant pour acidité 0,085 a donné à la mise en paneton 0,178 et 0,209 à la mise au four 3 heures plus tard. La pâte à l'eau de chaux dans les mêmes conditions a donné 0,127 et 0,168.

Un levain préparé à l'eau de chaux a donné le soir 0,109 et le lendemain matin 0,351. Un levain ordinaire préparé en même temps a donné 0,139 et 0,384.

Il importe de préciser qu'il s'agit de levains jeunes et vigoureux qui sont exclusivement employés dans les établissements militaires, car M. Effront, dont on connaît la haute compétence, a reconnu qu'avec des levains faibles ou des levains forts plus ou moins passés, la présence de la chaux était *franchement nuisible* (1).

(1) JEAN EFFRONT (directeur de l'Institut des fermentations de Bruxelles), *Sur l'emploi de la chaux dans la fabrication du pain* (*Moniteur scientifique du Dr Quesneville*, novembre 1917).

4. La quantité de chaux ajoutée au pain est très faible et n'est sensible à la saveur que lorsque l'eau a été mal décantée.

Dans les analyses qui suivent, les pains à la chaux et les pains témoins à l'eau ordinaire ont été préparés avec les mêmes farines. L'acidité a été prise sur la mie dont la teneur en eau (47 à 51 pour 100) est très approximativement celle des pâtes au moment de la mise au four. Les pains entiers, suivant le développement de la croûte, contiennent 36 à 41 pour 100 d'eau. La perte journalière depuis la sortie du four jusqu'au moment de l'analyse a été un peu au-dessus de 1 pour 100, soit, en huit jours, 8 à 10 pour 100.

Provenance.	Dates de la fabrication et de l'analyse (octobre).	Chaux pour 100 de pain		Acidité pour 100 de mie	
		ordinaire.	à la chaux.	ordinaire.	à la chaux.
		g	g		
Paris	4-10	0,050	0,093	»	»
»	9-10	0,052	0,071	»	»
»	10-10	0,060	0,089	»	»
»	17-17	0,035	0,050	»	»
»	18-18	0,045	0,088	0,110	0,104
»	19-19	0,051	0,075	0,266	0,200
»	20-22	0,040	0,095	»	»
Pithiviers	2- 6	0,043	0,043	0,290	0,289
Nuits-sous-Ravières	5-14	0,026	0,044	0,218	0,186
Lyon	5-14	0,068	0,082	0,186	0,161
Bordeaux	11-16	0,034	0,145	0,315	0,198
Marseille	11-18	0,063	0,062	0,195	0,202
Nantes	12-18	0,034	0,037	0,265	0,179
Lyon Part-Dieu	14-19	0,060	0,076	0,221	0,225
Le Mans	15-20	0,046	0,083	0,298	0,280
Salbris	15-24	0,041	0,044	0,321	0,287
Auxerre	15-24	0,054	0,073	0,247	0,241

5. Les avis exprimés au sujet de la qualité des pains sont parfois réservés et même contradictoires. Il est souvent impossible d'établir la moindre différence; cependant, avec les farines très bises, la nuance et la saveur ont paru légèrement améliorées. Rien d'anormal n'a été signalé pour le travail, le rendement et la conservation.

6. Il convient de rappeler qu'en 1855, à une époque où l'alimentation

générale, surtout en Allemagne, était encore si arriérée, Liebig avait proposé d'améliorer le pain en panifiant les farines avec de l'eau de chaux. Il prétendait obtenir ainsi un pain de meilleure qualité, plus développé et de saveur moins acide ; le rendement était même augmenté dans la proportion de 129 à 139 pour 100 (1). Liebig exagérait; les boulangers n'accueillirent par ses propositions.

M. E. Ariès adresse une Note intitulée : *Sur les tensions de la vapeur saturée des corps d'une atomicité élevée.*

CORRESPONDANCE.

M. le Secrétaire perpétuel signale, parmi les pièces imprimées de la Correspondance :

Book of the Opening of the Rice *Institute.*

M. Lecointe, élu Correspondant pour la Section de Géographie et Navigation, adresse des remercîments à l'Académie.

CHIMIE MINÉRALE. — *Sur l'azoture de zirconium.* Note (2) de MM. P. Bruère et Ed. Chauvenet, présentée par M. A. Haller.

Deux azotures ont été signalés : Zr^2N^3 et Zr^3N^8.

Le premier (3) s'obtiendrait en chauffant au rouge le chlorure de zirconium (ou le métal lui-même), soit dans un courant d'ammoniac sec, soit dans du cyanogène sec. Quant au second (4), il se préparerait en décomposant dans un courant d'azote le dérivé $ZrCl^4.8NH^3$.

L'un de nous ayant repris l'étude des composés ammoniés du chlorure de zirconium, nous avons été conduits d'une part à rechercher la

(1) Liebig, *Moyen d'améliorer et de désacidifier le pain de ménage et le pain de munition* (*Journal de Pharmacie et de Chimie*, t. 27, 1855, p. 75).

(2) Séance du 22 juillet 1918.

(3) Mallet, *Am. J. Soc.*, t. 28, 1859, p. 346.

(4) Wölher, *Ann. Chem. Pogg.*, t. 48, 1839, p. 94.

constitution de la combinaison tétra-ammoniée et d'autre part à étudier l'action de la chaleur sur ce corps. Le résultat des recherches relatives à l'action de la chaleur peut être résumé de la manière suivante : à 195°, tous les dérivés ammoniés du chlorure de zirconium fournissent la combinaison à 4^{mol} de NH^3; si l'on chauffe celle-ci à une température supérieure, elle ne perd pas de gaz ammoniac, mais du gaz chlorhydrique et, en cherchant à analyser quantitativement cette décomposition, nous avons constaté, entre 225° et 250°, le départ de 4^{mol} de HCl et la formation de l'amidure $Zr(NH^2)^4$.

La décomposition est la même et dans une atmosphère d'hydrogène et dans une atmosphère d'ammoniac.

Il était vraisemblable d'admettre qu'à une température plus élevée, l'amidure se transformerait en imidure, et c'est bien ce que nous avons pu constater. Mais il nous a été impossible de limiter la réaction à la seule obtention de l'imidure; en effet nous avons toujours eu en mains un produit mélangé d'une faible quantité d'azoture. Cependant vers 350°, la décomposition de l'imidure est complète et nous avons isolé l'azoture pur Zr^3N^4. Les réactions peuvent être interprétées de la manière suivante :

$$Zr(NH^3)^4Cl^4 = 4HCl + Zr(NH^2)^4,$$
$$Zr(NH^2)^4 = 2NH^3 + Zr(NH)^2 \text{ (impur)},$$
$$3Zr(NH)^2 = 2NH^3 + Zr^3N^4 \quad (^1).$$

Cet azoture est blanc-grisâtre, insoluble et inaltérable dans l'eau; la potasse à la fusion le décompose en zircone avec dégagement d'ammoniac.

Le résultat précédent, se trouvant en désaccord avec celui qu'a signalé Wöhler, nous avons repris, en partie, les travaux de nos devanciers. A remarquer tout d'abord que l'azoture de Wöhler Zr^3N^8 contiendrait 70,82 pour 100 de zirconium et que l'imidure en renferme 75,1 pour 100; or ces nombres ne sont pas très éloignés, il est donc possible que le produit de Wöhler n'était autre que l'imidure mélangé d'un peu d'amidure. D'une part, nous avons donc chauffé du chlorure de zirconium dans un

(1) Résultats de l'analyse :

	Calculé pour 100		Trouvé pour 100	
	Zr.	N.	Zr.	N.
Zr^2N^3	81,18	18,82	»	»
Zr^3N^8	70,82	29,18	»	»
Zr^3N^4	82,9	17,1	82,75	16,82

courant d'ammoniac sec; nous avons chauffé, d'autre part, le composé $ZrCl^4.8NH^3$ dans un courant d'azote sec : dans nos expériences (faites à des températures différentes et comprises entre 350° et 650°), nous avons toujours obtenu le même azoture Zr^3N^4. Il est donc probable que le zirconium ne fournit qu'un seul azoture Zr^3N^4 et que les autres azotures Zr^2N^3 et Zr^3N^8 n'existent pas; ce résultat est en accord avec la tétravalence constante de cet élément.

GÉOLOGIE. — *Mesure de la température dans les sondages à grande profondeur.* Note de M. **Verzat**, présentée par M. H. Le Chatelier.

Pour prendre la température au fond du sondage de Saint-Jean-d'Hérans, le plus profond de France, qui se terminait à $1616^m,55$ de profondeur, il fut décidé d'employer notre nouveau procédé, qui, croyons-nous, joint à sa simplicité une certitude que ne donnaient pas les procédés longs et compliqués précédemment employés. Voici comment l'opération fut conduite :

Deux thermomètres à mercure ordinaires, de même fabrication, ont été sectionnés avec un tiers-point au 40e degré de leur graduation (la température à mesurer était supposée supérieure à 40°).

Après avoir vérifié que les thermomètres une fois sectionnés étaient restés en concordance avec un thermomètre étalon, ils ont été descendus au fond du sondage, simplement protégés par une gaine non étanche. L'un d'eux, réservoir en haut, l'autre réservoir en bas. Ils ont été maintenus une heure au fond du sondage, que les sédiments envasent en quelques minutes sur plusieurs mètres de hauteur, ce qui fait que l'échange de température par circulation d'eau n'était pas à craindre et que les thermomètres ont bien pris la température de la roche à la profondeur de $1616^m,55$ à laquelle ils ont été descendus.

Cette température ayant été, comme nous le supposions, supérieure à 40°, il s'est échappé du mercure de chaque thermomètre.

Ces thermomètres, ayant été remontés, ont été plongés, avec le thermomètre étalon, dans une cuve progressivement chauffée; le mercure dans chacun d'eux a atteint le sommet 40°, au même moment. Le thermomètre étalon marquait alors 62°,5, représentant la température au fond du sondage.

La température moyenne du lieu étant de 12°,5, il en résulte que la longueur du degré géothermique du lieu est de $32^m,30$.

Il n'est pas indispensable de se servir d'une cuve pour comparer les

thermomètres; il suffit, après les avoir remontés, d'ajouter à 40°, point de sectionnement des thermomètres, la différence entre les températures qu'ils indiquent et celle indiquée par le thermomètre étalon, quand ils sont tous les trois placés côte à côte dans un milieu où la température restera constante pendant la lecture.

Nous aurions pu nous contenter de descendre un seul thermomètre, mais, pour une première expérience, nous désirions avoir un moyen de contrôle. Ce dernier était d'ailleurs motivé par les expériences suivantes auxquelles nous avions procédé.

Nous avions bien constaté :

1° Que, en prenant dans la main le tube d'un thermomètre coupé réservoir en haut, et en frappant très fort le poing sur une table, le mercure ne sortait pas, mais nous ne pouvions pas affirmer avec complète certitude qu'il en serait ainsi sous l'influence de chocs plus puissants, notamment de ceux qui se produisent quand on fait reposer violemment la colonne sur chaque manchon pour la dévisser;

2° Qu'un thermomètre coupé étant placé immobile, verticalement, réservoir en haut, le mercure sous l'influence de la température sortait en formant une suite de gouttelettes qui roulaient lorsqu'elles atteignaient un volume représenté par celui de 2 à 3 degrés (sur le thermomètre expérimenté). Peut-être leur volume eût été plus grand si le thermomètre avait été dans l'eau.

Or, en laissant baisser la température, avant la formation complète d'une gouttelette, nous constatâmes que le mercure de cette gouttelette en formation rentrait dans le thermomètre.

Pour éviter cet inconvénient, nous avions songé un instant à recouvrir le haut du thermomètre d'une petite douille dépassante, qui aurait été remplie de limaille ou de feuilles d'étain qui, s'amalgamant, auraient empêché ce retour intempestif du mercure. Nous croyons cependant toutes ces précautions inutiles, car les chocs font se détacher tout le mercure qui sort sous l'influence de la température; elles n'ont été prises que pour éviter toute critique à ce premier essai.

Les dangers d'erreurs 1° et 2° étant de sens contraire et les thermomètres ayant donné à Saint-Jean-d'Hérans chacun la même indication, on a tout lieu de croire cette dernière exacte.

BOTANIQUE. — *La trace foliaire des Légumineuses-Cæsalpiniées.* Note [1] de M. F. **Morvillez**, présentée par M. Guignard.

Le type moyen. — La trace foliaire des *Légumineuses-Cæsalpiniées* [2], sous sa forme la plus simple, est constituée par une chaîne plissée, continue ou à faisceaux juxtaposés. Chez le *Gymnocladus canadensis* Lamk. (*fig.* I), on distingue à droite et à gauche deux régions plus saillantes vers l'extérieur (*région marginale*, *m*, *m'* et *pli externe e*, *e'*), séparées par une région plus intérieure (*pli interne i*, *i'*). Entre les deux régions marginales droite et gauche, s'étend un arc antérieur qui, en son milieu, s'infléchit vers l'intérieur de l'organe.

Dans le cas du *Gleditschia triacanthos* L. (*fig.* II), le pli externe est subdivisé en deux autres par un pli interne supplémentaire (*is*, *is'*); les régions marginales sont plus saillantes vers la face supérieure que dans le cas précédent.

Chez le *Ceratonia siliqua* L. [3] (*fig.* III), la trace foliaire présente très accusés les *plis externes* (*e*, *e'*) et *internes* (*i*, *i'*). L'arc antérieur, en son milieu, présente une portion horizontale assez courte (*plateau*) qui se relie aux régions marginales droite et gauche (*m*, *m'*) par deux lignes courbes en forme de *crosses* (*c* et *c'*).

Cet aspect de la trace foliaire se retrouve à la base du pétiole de beaucoup d'autres *Cæsalpiniées*, chez lesquelles le système fasciculaire se complique plus haut par suite des modifications suivantes :

1° *Accentuation simultanée des plissements latéraux et de l'invagination de l'arc antérieur vers l'intérieur de la trace foliaire.*

Les boucles symétriques, limitées chacune par le *pli interne* (*i*, *i'*) et l'*arête* correspondante (*r*, *r'*) du plateau, se détachent sous forme d'anneaux fermés (*fig.* IV et V). Ces anneaux restent indépendants dans le *Copahi-*

---

(1) Séance du 16 juillet 1918.

(2) Le système conducteur des feuilles des Légumineuses a été étudié par divers auteurs, notamment par M. Petit (1887) et, incidemment, par MM. Bouygues (1902) et Col (1904). Les méthodes et les conclusions de M. Petit diffèrent sensiblement des nôtres.

(3) M. Petit avait déjà relevé l'importance de ce type.

fera Langsdorfii Desf.; chez les *Cassia*, ils sont réduits à un arc de cercle qui représente leur bord externe; dans le *Cercis siliquastrum* L., ces anneaux, d'ailleurs très développés, se rapprochent, peu au-dessus du

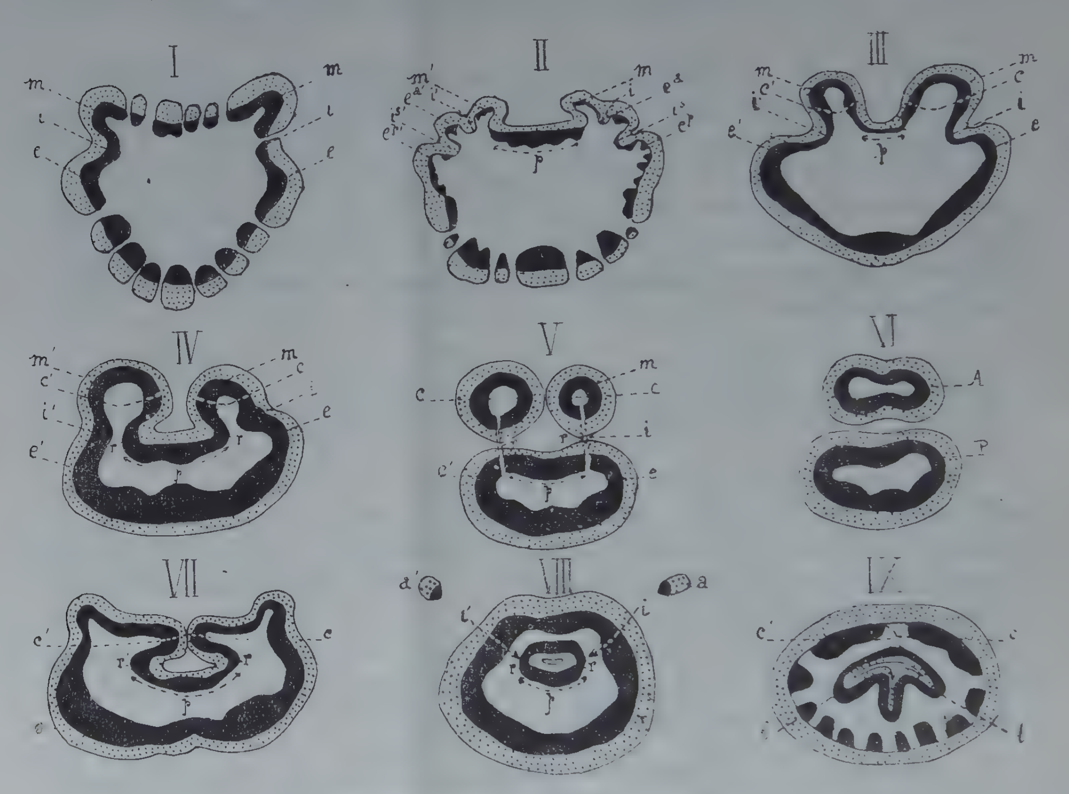


Fig. I à IX. — *Traces foliaires de Légumineuses-Cæsalpiniées.*

I. *Gymnocladus canadensis* Lamk. (sommet du pétiole); II. *Gleditschia triacanthos* L. (id.); III. *Ceratonia siliqua* L. (id.); IV, V, VI, *Cercis siliquastrum* L. (série ascendante de coupes dans le pétiole); VII et VIII. *Bauhinia reticulata* D. C. (id.); IX. *Hymenæa coriacea* Mart. (sommet du pétiole).

Le bois a été figuré par une teinte noire uniforme, le liber par un pointillé; *m*, *m'*, régions marginales droite et gauche; *e*, *e'*, plis externes; *i*, *i'*, plis internes; *is*, *is'*, plis internes supplémentaires partageant les plis externes en plis externes antérieurs (*ea*, *ea'*) et plis externes postérieurs (*ep*, *ep'*); *p*, plateau; *r*, *r'*, arêtes du plateau; *c*, *c'*, crosses; A, anneau antérieur; P, anneau postérieur; *a*, *a'*, faisceaux antérieurs; *l*, *l'*, expansions latérales du système intérieur.

niveau où ils se sont détachés, du reste de la chaîne et s'unissent dans le plan de symétrie de l'organe en un anneau unique (*fig.* VI).

2° *Accentuation de l'invagination de l'arc antérieur, les plis internes ne se formant pas ou ne se formant qu'à un niveau élevé du pétiole.*

Chez le *Bauhinia reticulata* D. C. (*fig.* VII), à la base du pétiole, la forme de la trace foliaire est la même que dans les types précédents au même niveau, à cette différence près que les plissements latéraux sont faiblement indiqués ou très rapprochés des régions marginales. Les crosses droite et gauche (*c* et *c'*) entrent en contact par leur face convexe; la continuité de la trace est rompue suivant ce point de contact, les tronçons symétriques se soudent, d'où la fermeture de la chaîne en avant et l'inclusion d'une partie de l'arc antérieur (*fig.* VIII).

A la base du pétiole se détachent fréquemment deux faisceaux antérieurs (*a* et *a'*) qui reprennent leur position primitive au sommet de cet organe. A ce niveau, d'ailleurs, par une série de modifications inverses de celles qui viennent d'être décrites, la trace foliaire reprend sensiblement la forme qu'elle avait à la base du pétiole.

Pour le *Bauhinia diphylla* Ham., le parcours des masses vasculaires est le même que pour le type précédent, mais les plis internes se forment vers la région supérieure du pétiole (suivant les flèches *i* et *i'* de la figure VIII) et se soudent au système intérieur. La trace foliaire est alors constituée par deux anneaux superposés comme dans le cas du *Cercis* (*fig.* VI). La différence entre ces deux types résulte simplement de l'apparition des plissements latéraux à un autre niveau.

Chez l'*Hymenæa coriacea* Mart., un système intérieur se différencie comme chez les *Bauhinia*, mais présente trois expansions (les expansions latérales correspondent au système intérieur des nervures principales).

En résumé, les traces foliaires des *Légumineuses-Cœsalpiniées*, malgré les aspects « singuliers » (Petit) de certaines d'entre elles, se relient très naturellement les unes aux autres et présentent un ensemble de caractères communs. Nous distinguons, dans leur arc postérieur, les plissements déjà signalés chez les *Rosacées* [1]; leur arc antérieur très développé [2] peut donner naissance à des systèmes dits *médullaires* analogues, comme aspect et comme origine, à ceux que nous avons constatés chez les *Chrysobalanées* [3].

---

(1) F. Morvillez, *La trace foliaire des Rosacées* (*Comptes rendus*, t. 165, 1917, p. 597).

(2) Sauf chez certains types du genre *Cœsalpinia* où, ces deux régions marginales étant très rapprochées, l'arc antérieur est très réduit.

(3) F. Morvillez, *La trace foliaire des Chrysobalanées* (*Comptes rendus*, t. 166, 1918, p. 859).

On rencontre, de plus, chez les *Cœsalpiniées*, des formes, étroitement liées aux précédentes, qui possèdent des anneaux ou des faisceaux dits *corticaux* analogues à ceux que l'on trouve dans les autres sous-familles de *Légumineuses*.

CHIMIE BIOLOGIQUE. — *Sur la loi d'action de la sucrase.* Note de M. **H. Colin** et M[lle] **A. Chaudun**, présentée par M. H. Le Chatelier.

On sait que l'inversion du sucre cristallisable sous l'action de la sucrase s'effectue de telle sorte que le rapport $\frac{\frac{dx}{dt}}{a-x}$ de la vitesse d'hydrolyse à la concentration en saccharose croît avec le temps, au lieu de rester constant comme c'est le cas dans l'inversion chlorhydrique.

Il en résulte que les valeurs de x calculées par la formule de Wilhelmy, $x = a(1 - e^{-kt})$, sont inférieures aux valeurs déduites des lectures polarimétriques ou des dosages à la liqueur cupro-potassique; c'est ce qu'indique le Tableau suivant qui donne, pour des concentrations initiales, a variant de 1^g à 20^g pour 100, les différences entre les poids x de sucre hydrolysé fournis par le polarimètre et les poids x' tirés de l'équation $x = a(1 - e^{-kt})$.

Temps en quarts d'heures.	Différences $x - x'$.			
	$a = 20^g$.	$a = 10^g$.	$a = 4^g$.	$a = 1^g$.
	g	g	g	g
1	»	»	»	»
2	0,020	0,010	0,012	0,003
3	0,021	0,014	0,014	0,001
4	0,080	0,044	0,050	0,003
5	0,177	0,164	0,068	0,007
6	0,210	0,210	0,117	0
7	0,310	0,308	0,178	0,016
8	0,525	0,510	0,217	0,028
9	0,793	0,586	0,222	0,084
10	0,967	0,718	0,239	0,098
11	1,103	0,820	0,242	»
12	1,237	»	0,273	»
13	1,372	»	0,317	»
14	1,647	»	0,339	»
15	»	»	0,384	»

Ces divergences ont conduit les auteurs à imaginer des formules empiriques : formules de Bodenstein, de V. Henri, etc., rendant compte, avec une approximation souvent suffisante, de la marche de la réaction.

Cependant, une conclusion se dégage nettement de l'examen du Tableau précédent : la quantité de sucrase étant la même dans toutes les liqueurs soumises à l'expérience, les différences $x - x'$ sont d'autant plus faibles que a est lui-même plus petit; autrement dit, la loi d'action de la sucrase est d'autant plus voisine de la loi logarithmique que la concentration en sucre est moins grande. On peut donc prévoir qu'à partir d'une certaine valeur du rapport $\frac{\text{saccharose}}{\text{sucrase}}$, la formule de Wilhelmy sera rigoureusement applicable; c'est en effet ce que l'expérience permet de vérifier.

On a fait agir 5$^{\text{cm}^3}$ d'une sucrase très active sur des liqueurs sucrées assez diluées, l'hydrolyse s'effectuant dans le tube polarimétrique lui-même, maintenu à une température constante.

Voici quelques-uns des résultats obtenus :

Temps en quarts d'heures.	Concentration initiale : $a = 0^g,5$ pour 100.				Concentration initiale : $a = 1^g$ pour 100.			
	α.	x.	x'.	$x - x'$.	α.	x.	x'.	$x - x'$.
	° '	g	g	g	° '	g	g	g
0...	1.40	»	»	»	3.20	»	»	»
1...	46	0,206	0,206	»	1.38	0,413	0,413	»
2...	14	0,319	0,328	−0,009	30	0,651	0,655	−0,004
3...	− 4	0,398	0,398	0	− 6	0,789	0,798	−0,009
5...	− 20	0,459	0,465	−0,006	− 40	0,920	0,931	−0,011
7...	− 26	0,483	0,488	−0,005	− 52	0,966	0,977	−0,011
11...	− 30	0,498	0,497	+0,001	−1.00	0,994	0,996	−0,002
	$a = 1^g,5$ pour 100.				$a = 2^g$ pour 100.			
0...	5.00	»	»	»	6.40	»	»	»
1...	2.20	0,613	0,613	»	3. 4	0,827	0,827	»
2...	36	1,010	0,990	+0,002	58	1,310	1,310	0
3...	− 12	1,195	1,189	+0,006	− 14	1,586	1,596	−0,01
5...	−1.00	1,380	1,391	−0,011	−1.20	1,840	1,860	−0,02
7...	−1.20	1,456	1,461	−0,005	−1.48	1,946	1,953	−0,007

Les quantités $x - x'$ sont très petites et inférieures aux erreurs d'expérience, une différence de 2′ dans une lecture polarimétrique entraînant une erreur sur x de $0^g,015$ lorsqu'on se sert du tube à 5.

Reste à étudier le phénomène dans le cas de concentrations absolument quelconques, et à rechercher dans quelle mesure les diverses hypothèses introduites par les auteurs : influence de la viscosité, influence des produits de la réaction, possibilité d'une combinaison intermédiaire entre l'enzyme et le sucre, permettent d'interpréter la marche de la réaction générale.

HISTOLOGIE. — *Sur la régénération épithéliale.* Note de M. F. LADREYT, présentée par M. Edmond Perrier.

Pour certains histologistes les éléments épithéliaux pourvoient d'eux-mêmes à leur intégrité; d'autres considèrent, au contraire, le tissu conjonctif comme le régénérateur des épithéliums. Ces deux théories nous paraissent trop exclusives et semblent méconnaître la merveilleuse plasticité de la matière vivante qui, pour réaliser ses fins, se montre tantôt spécifiste, tantôt indifférentiste.

Dans l'intestin du Siponcle, par exemple, l'épithélium est essentiellement constitué par deux sortes d'éléments : l'élément vibratile et la cellule glandulaire. Nous avons observé, dans les cellules ciliées, de nombreuses amitoses et nous croyons que la division directe est le mode le plus général de rénovation de ces éléments. Au contraire, les éléments glandulaires et plus spécialement les cellules à ferment de la deuxième section de l'intestin se régénèrent par la mitose d'éléments indifférenciés dépourvus de cils vibratiles, de granulations basilaires, etc. et dont le cytoplasme, assez transparent, a perdu toute affinité pour les colorants plasmatiques. Les cellules rénovatrices sont situées, le plus généralement, entre les plages de cellules à ferment ou disséminées sans ordre apparent parmi les éléments glandulaires de ces plages. Leur évolution est un peu spéciale. Le cytoplasme des éléments indifférenciés se condense progressivement dans la zone apicale et paraît entraîner la région basilaire de la cellule qui peu à peu ne présente plus de connexion avec la basale; d'autre part, le noyau présente une antéropulsion très nette et devient tangent à la surface libre de la cellule. A la suite de ces phénomènes, la cellule épithéliale cylindrique ou prismatique devient plus ou moins globuleuse et présente un noyau dont la chromatine est tantôt disposée très régulièrement sur un réseau de plus en plus apparent, tantôt rassemblée en un spirème perpendiculaire ou parallèle à la surface libre de la cellule. Le phénomène mitotique s'accentuant donne naissance

à deux éléments qui, à leur tour, peuvent être le siège d'un certain nombre de divisions. Ainsi se forment des centres de rénovation épithéliale constitués par des groupes d'éléments indifférenciés situés dans le voisinage immédiat de la lumière intestinale qu'ils limitent; parmi les cellules de néo-formation, certaines se transforment en cellules glandulaires ou *trophocytes* caractérisés par un noyau toujours nucléolé et très riche en chromatine, d'autres différencient un appareil vibratile, des granulations basilaires, etc., pour constituer des éléments ciliés toujours anucléolés.

Ces observations nous autorisent à conclure que, chez le Siponcle, l'épithélium intestinal se rénove par ses propres moyens; en aucun cas, le tissu conjonctif ne nous a paru faire de l'épithélium comme semble le supposer Hérubel : cet épithélium est donc spécifiste. Il serait imprudent de généraliser; en effet, l'étude de l'épidermisation des plaies que nous avons eu l'occasion d'observer depuis le début de la guerre nous a démontré que la spécificité cellulaire n'est pas un dogme intangible.

Dans les blessures qui ne s'accompagnent pas d'une grande perte de substance, la réparation épidermique se fait par glissement des cellules *épithéliales* voisines, ou bien encore par prolifération de l'*épithélium* du bourrelet marginal : nous sommes donc ramenés au cas de l'épithélium intestinal de notre Siponcle. Au contraire, lorsqu'une large surface épithéliale a été détruite, nous observons, en *plein tissu conjonctif*, la différenciation d'îlots, d'épidermisation dont les éléments évoluent aux *dépens du tissu conjonctif*. Ces centres de rénovation sont le siège de mitoses très actives qui donnent naissance à de larges plages cellulaires dont les éléments, d'abord globuleux, s'aplatissent progressivement et se portent à la rencontre du liséré épidermique situé à la périphérie de la plaie. Les très nombreuses observations que nous avons faites ne nous permettent pas de confirmer les conclusions des histologistes pour qui cette rénovation serait provoquée soit par la persistance de certaines cellules du réseau de Malpighi ou de quelques cellules sudoripares épargnées par la lésion, soit par une sorte de greffe consécutive à la migration d'un certain nombre d'éléments épidermiques accidentellement détachés de la périphérie.

Conclusions. — L'épithélium se régénère : 1° par ses propres moyens (rénovation physiologique normale); 2° aux dépens du tissu conjonctif (rénovation pathologique anormale); 3° les processus de régénération épithéliale ou d'épidermisation paraissent déterminés par l'importance de la

brèche à réparer; 4° cellules vibratiles et cellules glandulaires représentent les formes âgées d'un même élément histologique, la *cellule épithéliale* qui s'est différenciée spécifiquement par simple vieillissement ontogénétique.

BACTÉRIOLOGIE. — *De la fièvre paratyphoïde B expérimentale. Du mécanisme de l'immunité dans la paratyphoïde B. De la vaccination par la voie buccale.* Note [1] de M. A. Besredka, présentée par M. Roux.

Les animaux de laboratoire étant réfractaires à l'administration du virus paratyphique B *per os*, il a été jusqu'à présent impossible de reproduire expérimentalement la paratyphoïde B humaine.

En introduisant du virus par la voie veineuse, on supplée, en partie, à l'insensibilité de la voie buccale. Nous avons pu constater, en effet, que les bacilles paratyphiques B, injectés dans le sang, se retrouvent en grand nombre tout le long de la nuqueuse intestinale et y créent des liaisons comparables à celles de la paratyphoïde humaine.

L'inoculation du virus dans les veines offre cependant un inconvénient avec lequel on doit compter lors des essais de vaccination. Pour provoquer par la voie veineuse des lésions mortelles, il faut des doses massives de virus (0,2 culture sur gélose pour un lapin de 2^{kg} environ). La mort dans ce cas est moins due à l'infection qu'à l'intoxication provoquée par la mise en liberté de l'endotoxine. Or, s'il est, en général, facile de lutter contre l'élément infectieux d'une maladie, rien n'est aussi difficile que de neutraliser l'effet de l'endotoxine [2].

Pour tourner la difficulté, deux possibilités se présentaient à nous : essayer d'exalter la virulence du bacille paratyphique ou abaisser la résistance naturelle du lapin.

Les tentatives pour exalter la virulence de la culture nous ont donné des résultats médiocres. Après une quinzaine de passages par lapin (et souris), la virulence, en injection intraveineuse, s'est accrue de deux fois à peine. Pour l'empêcher de revenir au taux initial, il a fallu renouveler souvent les

---

[1] Séance du 22 juillet 1918.

[2] *Bulletin de l'Institut Pasteur*, t. 12, 28 février et 15 mars 1914; *Annales de l'Institut Pasteur*, juillet 1905, février 1906.

passages. En injection, la virulence de la culture demeura ce qu'elle était avant les passages, c'est-à-dire pratiquement nulle.

Il ne nous restait qu'à tenter de faire fléchir l'immunité naturelle. On connaît les expériences classiques mettant en œuvre l'effet du refroidissement, des injections d'acides, de microbes, etc. Notre intention était de trouver un artifice ne portant aucun préjudice à l'état général de l'animal. Les expériences nous ayant montré que le virus introduit *per os* est principalement arrêté au niveau de la muqueuse de l'intestin grêle, c'est à modifier cette dernière que nous avons surtout visé. Nous y sommes parvenu en faisant absorber au lapin de la bile de bœuf. En effet, la bile donnée par la bouche, non seulement contribue à enrichir l'intestin en virus paratyphique introduit *per os*, mais encore elle intensifie considérablement la sécrétation biliaire propre du lapin, et, ce qui plus est, elle favorise, par suite de la desquamation de la muqueuse intestinale, le passage du virus et sa généralisation.

En sensibilisant de la sorte le lapin avec de la bile, on constate que sa réceptivité vis-à-vis du virus paratyphique se trouve effectivement abaissée : d'une part, en introduisant le virus *per os*, on reproduit la paratyphoïde B mortelle (résultats inconstants) et, d'autre part, en introduisant le virus dans les veines, on provoque des lésions mortelles avec une dose au moins cinq fois inférieure à la dose normale (0,02-0,04 au lieu de 0,2 culture).

Dans les deux cas, que le virus soit inoculé *per os* ou dans le sang, les signes cliniques et anatomiques sont les mêmes. Ce qui frappe surtout à l'autopsie, c'est, d'abord, l'aspect quasi transparent de l'intestin grêle, charriant des amas d'épithélium desquamé, puis les dimensions inusitées de la vésicule biliaire.

Cette sensibilisation au moyen de la bile ouvre la voie au contrôle expérimental des vaccins. Elle nous éclaire, de plus, sur le mécanisme de l'immunité vis-à-vis du virus paratyphique.

Nous voyons, en effet, que l'immunité naturelle est intimement liée à l'intégrité de la muqueuse intestinale; cette immunité est donc d'essence locale, au moins en grande partie.

Il en est de même de l'immunité artificielle, acquise à la suite d'une légère atteinte de paratyphoïde. Les expériences, sur lesquelles nous ne pouvons pas nous étendre ici, montrent que cette immunité artificielle ne s'accompagne point de production d'anticorps, et que c'est l'intestin grêle, tout comme dans le cas d'immunité naturelle, qui oppose, lors de la réinfection, une barrière à la pénétration du virus dans le sang.

Peut-on créer l'immunité, c'est-à-dire vacciner contre la fièvre paratyphoïde, en faisant avaler au lapin des cultures mortes de bacilles paratyphiques?

L'expérience nous répond par la négative : des lapins auxquels on fait ingérer des quantités même grandes ($\frac{1}{4}$ de culture sur boîte de Roux) de bacilles paratyphiques chauffés (60°, 1 heure), ne se vaccinent pas, et lorsque, 8 jours plus tard, on les soumet à l'épreuve mortelle, *per os* ou par les veines, ils succombent dans le même délai que les témoins.

Mais, si avant de faire ingérer au lapin les bacilles tués, on prend soin de le sensibiliser au moyen de la bile, l'effet est tout autre : le lapin devient parfaitement vacciné et supporte l'inoculation dans les veines d'une dose de virus mortelle pour le témoin. L'immunité s'établit rapidement, en 3 ou 4 jours, ce qui exclut la participation d'anticorps. L'immunité est donc locale.

En résumé : 1° la vaccination *per os* au moyen de cultures chauffées, après sensibilisation par la bile, rend l'animal réfractaire à l'infection paratyphoïde;

2° Cette immunité acquise, ainsi que celle que l'animal possède naturellement, relèvent de l'immunité intestinale locale.

RADIOLOGIE. — *Sur une unité radiothérapique de quantité*. Note de M. H. **Bordier**, transmise par M. Armand Gautier.

La radiothérapie est, comme on sait, l'emploi des rayons X dans un but thérapeutique.

La mesure des quantités de rayons appliquées dans chaque cas doit être faite avec le plus de soins et d'exactitude possible. Mais pour évaluer les doses appliquées, il était de toute nécessité de faire choix d'une unité de quantité : différentes propositions d'unités ont été faites dans ce but; on peut citer l'unité H, l'unité V, l'unité X, l'unité K, l'unité S-N.

Toutes ces prétendues unités sont basées sur une réaction cutanée et par conséquent sur un élément essentiellement variable : ainsi l'unité H (la plus employée) est « le cinquième de la quantité de rayons X compatible avec l'intégrité de la peau et n'amenant sur la peau du visage de l'adulte qu'une très légère réaction inflammatoire ».

L'unité H avait été primitivement décrite comme étant le tiers de cette même dose ! (Holzknecht.)

Il est superflu de faire remarquer combien cette unité est vague et sujette à des variations; elle ne correspond pas à une quantité définie.

J'ai essayé d'établir une unité de quantité basée sur une réaction physico-chimique : après avoir étudié préalablement le mécanisme et les variations de virage de différents platino-cyanures, et surtout de celui de baryum, sous diverses influences (dessiccation, percussion, échauffement, rayons X), j'ai cherché à utiliser cette étude pour la mesure des quantités de rayons X dans la pratique radiothérapique et j'ai établi un chromo-radiomètre possédant cinq teintes principales, suffisantes pour tous les cas cliniques.

C'est en cherchant à évaluer les doses de rayons correspondant au virage du platino-cyanure à ces cinq teintes que j'ai été amené à établir une unité de quantité : à défaut d'un phénomène purement électrique j'ai choisi une substance capable de subir, sous l'influence des rayons X, une modification pouvant être déterminée par la balance. Cette substance, c'est la solution d'iodoforme dans le chloroforme au titre de 2 pour 100 : les rayons agissent sur cette solution en libérant de l'iode dont le poids peut servir de mesure à la quantité de rayons X ayant agi sur la solution.

Avec l'aide de M. Galimard, je suis arrivé à déterminer le poids d'iode libéré : nous avons employé la méthode colorimétrique très sensible. Nous avons préalablement préparé une série de douze solutions titrées dans le chloroforme et contenant par centimètre cube de $0^{mg},3088$ à 2^{mg} d'iode.

Ces solutions titrées étaient placées dans des récipients de même diamètre que ceux contenant la solution d'iodoforme à soumettre aux rayons X, et scellés à la lampe.

Pour que la comparaison puisse se faire dans de bonnes conditions, ces récipients étaient vus à travers une surface transparente colorée en jaune du même ton que celui de la solution d'iodoforme dans le chloroforme non irradiée.

Celle-ci était prise sous une épaisseur de 1^{cm}; l'incidence était normale et les irradiations se faisaient à l'abri de la lumière. Nous avons reconnu que la proportion d'iode libérée par l'effet des rayons X est bien régulière et proportionnelle aux temps d'irradiation, comme le montrent les nombres suivants :

Durée d'irradiation.	Iode libéré.
	mg
6 minutes	0,33
10 minutes 30 secondes	0,57
19 minutes	1,03
28 minutes 30 secondes	1,50

Après plusieurs dosages, j'ai trouvé que l'ordre de grandeur du poids d'iode libéré pouvant être choisi pour établir l'unité de quantité était de $\frac{1}{10}$ de milligramme : en effet, après une irradiation faite dans des conditions identiques à celles de la pratique radiothérapique dans les cas les plus fréquents, le poids d'iode mis en liberté dans l'unité de volume de la solution d'iodoforme est voisin de $\frac{4}{10}$ de milligramme.

L'unité de quantité radiothérapique ainsi établie peut être définie de la façon suivante : *c'est la quantité de rayons X capable de mettre en liberté $\frac{1}{10}$ de milligramme d'iode dans* 1^{cm^3} *d'une solution chloroformique d'iodoforme à 2 pour 100, sous l'épaisseur de* 1^{cm} *et à l'abri de la lumière.*

Cette unité repose sur des données physiques précises, ce qui est loin d'être le cas des autres prétendues unités précédemment citées.

MÉDECINE EXPÉRIMENTALE. — *Séminome du testicule du lapin avec greffe et généralisation à la deuxième génération.* Note de MM. **Alexandre Paine** et **Albert Peyron**, présentée par M. Roux.

Les tumeurs du lapin sont rares; sur près de 40 cas connus, la moitié se rapporte à l'épithélioma utérin. Les tumeurs du testicule n'avaient pas encore été signalées, en dépit de la fréquence des traumatismes et des morsures chez les mâles laissés en commun.

L'un de nous en a observé un cas sur un lapin de son élevage et la tumeur a pu être transmise avec succès. C'est, à notre connaissance, la première tumeur du lapin, et dans l'étude expérimentale du cancer, la première tumeur de cellules génitales mâles dont la greffe ait été réalisée.

Le lapin porteur de la tumeur spontanée, entré en 1907 au laboratoire, fut utilisé en 1909 pour des recherches expérimentales sur le rhumatisme et l'on put reproduire chez lui une arthrite rhumatismale du genou suivie de guérison. Ultérieurement, l'animal complètement rétabli fit souche, durant plusieurs années, de nombreux descendants d'aspect normal. Au début de 1915 il présentait une tuméfaction du testicule droit qui augmenta progressivement et s'accompagna d'une altération de l'état général. En novembre 1915, devenu complètement impotent, il fut sacrifié, âgé d'environ 8 ans.

A l'autopsie, tumeur du testicule, assez dure et bosselée, offrant à la section des bandes jaunâtres et irrégulières de nécrose. La greffe pratiquée au trocart sur six adultes de 15 à 18 mois (dans la masse du testicule) sur quatre jeunes de 2 mois (sous la peau) ne fut positive que pour un des adultes. Des cinq autres, trois moururent assez rapi-

dement avec des symptômes voisins de l'état de shock, deux survécurent et se rétablirent complètement. Chez les jeunes, résultat complètement négatif. Chez l'animal positif l'évolution fut excessivement lente (pas de nodules perceptibles au deuxième mois) ; au bout d'un an le néoplasme avait doublé le volume du testicule. En 1917 apparut un nodule sous-cutané du volume d'une lentille qui marqua le début de l'ulcération. Au début de 1918, le lapin était fortement émacié et présentait des nodules volumineux en divers points de l'abdomen; il fut sacrifié en juin, soit 2 ans et demi après la greffe.

A l'autopsie, testicule droit, complètement envahi par la greffe cancéreuse, mais gardant toutefois sa configuration normale à son extrémité inférieure. Le testicule gauche en ectopie lombaire est atrophique et d'apparence indemne. Une masse pelvienne allongée paraissant provenir d'une adénopathie ilio-inguinale droite comprime le rectum et l'uretère et s'élève jusqu'aux vertèbres lombaires. Adénopathies prévertébrales sur toute la hauteur du bord interne des deux reins, mais plus anciennes et plus marquées à droite. Les deux capsules surrénales sont envahies. Dans le mésentère d'une anse grêle, nodules confluents atteignant le volume d'une grosse noisette. Dans l'épigastre, volumineux gâteau néoplasique étendu de la rate au lobe droit du foie, remplissant l'arrière-cavité des épiploons, englobant le pancréas et le duodénum. Hydronéphrose du rein droit consécutive à la compression de l'uretère ; foie, rate, rein et diaphragme indemnes de métastases macroscopiques. Cavité pleurale libre, poumons envahis par des nodules métastasiques blanchâtres, plus nombreux à droite.

Examen histologique. — Les dispositions sont celles du séminome, néoplasie typique de la lignée germinale, connue depuis longtemps chez l'homme, soit à l'état pur (Chevassu), soit associée au tératome (Ewing) (1) ; récemment étudiée chez le cheval (Borrel et Masson) (2) et chez le chien (Goodpasture) (3). L'origine du séminome aux dépens des spermatogonies, bien qu'assez plausible, n'a pas encore été démontrée. L'étude de notre tumeur est favorable à l'hypothèse de son origine aux dépens de tubes séminifères en voie de régression et d'unification cellulaire, qu'on retrouve du reste irrégulièrement disséminés au milieu des éléments néoplasiques.

Ces derniers affectent une topographie variable, mais une tendance uniforme à la dissémination sous forme de petits nids cellulaires (de 3 à 10 cellules en moyenne) englobés dans un stroma fibreux assez abondant. Ce dernier caractère paraît bien être en rapport avec la lente évolution du

---

(1) James Ewing, *Teratoma Testis and its derivatives* (*Publications of Cornell University*, vol. 2, New-York, 1911).

(2) *Bulletin de l'Association française pour l'étude du cancer*, 1912.

(3) William Goodpasture, *An Anatomical Study of senescence in dogs with especial reference of the relation of Cellular changes of age to tumors* (*Journal of Medical Research*, mai 1918).

néoplasme. Les endothéliums vasculaires assez nombreux appartiennent toujours au type adulte, et sont faciles à délimiter des cellules néoplasiques de la tumeur. Ces derniers ont une forme tantôt régulièrement ovoïde, tantôt polyédrique (par pression réciproque). Les noyaux volumineux présentent un réseau délié avec 1, 2 ou 3 nucléoles; leur dégénérescence est fréquente, surtout par pycnose. Les mitoses sont nombreuses.

Le cytoplasme peu abondant forme une mince auréole claire autour du noyau. Les contours cellulaires, toujours nets primitivement, s'estompent et disparaissent par places, donnant lieu à des dispositions syncytiales plutôt dégénératives. Ce type se retrouve avec une uniformité remarquable dans la tumeur de seconde génération et dans les métastases. Toutefois, la configuration générale est ici légèrement différente. Les aspects des tubes séminifères en régression et les petits nids cellulaires, caractéristiques de la tumeur spontanée, font place à une néoformation cellulaire en nappes diffuses, identique à la disposition classique du séminome.

En résumé, cette tumeur transplantable reproduit les caractères essentiels du séminome humain. L'un de nous a pu, chez un homme de 30 ans, en observer un cas dans lequel la structure histologique et le type métastatique mixte (par voie lymphatique et par voie sanguine) étaient absolument superposables aux précédents. On notait, en particulier, la même intégrité du foie et le même envahissement (plus accentuée toutefois) des deux poumons, avec embolies cancéreuses dans les petits vaisseaux.

L'extrême lenteur de son évolution chez notre animal est vraisemblablement liée à la nature des éléments matriciels (cellules génitales en voie d'involution régressive), mais peut-être aussi aux conditions trophiques, relativement peu favorables, de la partie du corps (testicule) choisie comme siège de la greffe. L'expérimentation permettra peut-être de fixer l'importance respective de ces deux facteurs.

Il faut rapprocher de cette marche lente la tendance à la généralisation viscérale qui fait ordinairement défaut dans les tumeurs de la souris et du rat, animaux à vie trop courte et à évolution néoplasique rapide.

La séance est levée à 15 heures trois quarts.

A. Lx.

BULLETIN BIBLIOGRAPHIQUE.

Ouvrages reçus dans les séances de juin 1918.

Ministère des travaux publics. Mémoires pour servir à l'explication de la carte géologique détaillée de la France. Études géologiques dans les Alpes occidentales. *Contributions à la géologie des chaînes intérieures des Alpes françaises*, par W. Kilian et J. Révil, fasc. II : *Description des terrains qui prennent part à la constitution géologique des zones intra-alpines françaises* (suite). Paris, Imprimerie nationale, 1917; 1 vol. 32cm.

1er Congrès de l'Association internationale de thalassothérapie. (Cannes, 15-22 avril 1914). Tome I : *Rapports*, publiés par le Dr Georges Baudoin; — tome II : *Comptes rendus des séances*, publiés par le Dr Georges Baudoin. Paris, *Gazette des eaux* et Levé, 1914 et 1918; 2 vol. 23cm. (Présentés par M. d'Arsonval.)

L'année biologique. Comptes rendus annuels des travaux de biologie générale, publiés sous la direction de Yves Delage, par Marie Goldsmith, F. Péchoutre et Jean Philippe; 21e année 1916. Paris, Lhomme, 1918; 1 vol. 25cm. (Présenté par M. Delage.)

Études de lépidoptérologie comparée, par Charles Oberthür; fascicule XV. Rennes, Oberthür, 1918; 1 vol. 25cm. (Présenté par M. Bouvier.)

La méthode Taylor appliquée à l'entreprise, par André Granet. Paris, Imprimerie du Palais, 1918; 1 fasc. 21cm,5.

Genèse de la calcédoine et, selon toute probabilité, celle du diamant, par le Dr F. Jousseaume. Paris, Armand Fleury, 1918; 1 fasc. 21cm.

Royaume de Belgique. Ministère des colonies. Service de l'agriculture. *Études de biologie agricole : n° 4. Comment nos planteurs et nos colons peuvent-ils se protéger contre les moustiques qui transmettent des maladies?* par E. Hegh. Londres, Imprimerie belge, 1918; 1 fasc. 21cm,5.

Manual del viajero. Diccionario de la lengua guaraní, por N. Rojas Acosta. Resistencia (Argentina), Dupuis, 1918; 1 fasc. 17cm.

Historia natural de Corrientes y del Chaco, por N. Rojas Acosta. Resistencia (Argentina). Dupuis, 1915, 1916; 1 fasc. 22cm.

Instructions météorologiques, par Alfred Angot, sixième édition. Paris, Gauthier-Villars, 1918; 1 vol. 25cm,5.

Carte géologique de l'Afrique occidentale française au $\frac{1}{100000}$: feuille 10 (Bingerville), par Henry Hubert. Paris, Larose, 1917; 1 vol. 25cm.

Guide pratique d'agriculture tropicale : I. Principes généraux, par A. FAUCHÈRE. Paris, Augustin Challamel, 1918; 1 vol. 25^{cm},5.

The John Crerar Library. *A catalogue of french economic documents from the sixteenth, seventeenth and eighteenth centuries.* Chicago, 1918; 1 vol. 27^{cm}.

Leland Stanford Junior University. *Bulletin*, second series, n° 95 : *Register* 1916-1917, Stanford University, California, 1917; 1 vol. 19^{cm},5.

Leland Stanford Junior University publications. Trustees' series, n° 31 : *Annual report of the president of the University for the twenty-fifth academie year ending july* 31, 1916. Stanford University, California, 1916; 1 vol. 23^{cm}.

Leland Stanford Junior University publications. University séries : *A study of the magnatic sulfid ores*, by C. F. TOLMAN and AUSTIN F. ROGERS; — *The pathology of nephritis*, by WILLIAM OPHÜLS; — *Bone and joint studies I*, by LEONARD W. ELY and JOHN FRANCIS COWAN; — *The genera of fishes from Linnæus to Cuvier* 1758-1833, by DAVID STARR JORDAN assisted by BARTON WARREN EVERMANN; — *The use of ye in the function of thou in middle english litterature from Ms. Auchinleck to Ms. Vernon*, by RUSSELL OSBORNE STIDSTON; — *Emerson. A statement of New England transcendentalism as expressed in the philosophy of its chief exponent*, by HENRY DAVID GRAY. Stanford University, California, 1916 et 1917; 6 vol. 25^{cm},5.

Anuario estadistico de la República oriental del Uruguay. Libro XXV : *Año* 1915. Montevideo, Francisco Arduino, 1917; 1 vol. 30^{cm}.

ERRATA.

(Séance du 16 juillet 1918.)

Note de M. *E. Ariès*, Sur les tensions de la vapeur saturée des corps octoatomiques :

Page 121, ligne 21, *au lieu de* (colonne de gauche), *lire* (colonne de droite).
Page 122, ligne 3, *au lieu de* à la colonne de droite, *lire* à la colonne de gauche.